

## Демоверсия по математике 10 класс I полугодие

### Алгебра:

- Действительные числа
- Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия
- Арифметический корень натуральной степени
- Степень с рациональным и действительным показателем
- Степенная функция, её свойства и график
- Взаимно обратные функции
- Равносильные уравнения и неравенства
- Иррациональные уравнения
- Иррациональные неравенства
- Показательная функция, ее свойства и график
- Показательные уравнения
- Показательные неравенства
- Системы показательных уравнений и неравенства

### Геометрия:

- Аксиомы стереометрии и некоторые следствия из них
- Параллельные прямые в пространстве
- Параллельность прямой и плоскости
- Скрещивающиеся прямые
- Угол между прямыми
- Параллельность плоскостей
- Тетраэдр и параллелепипед
- Перпендикулярность прямой и плоскости
- Перпендикуляр и наклонная

## 1. Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

а) Вычислите:

$$\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-1/3}}$$

б) Упростить выражение:

$$\left(c^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{c^{4+\sqrt{3}}}$$

## 2. Степенная функция, её свойства и график. Иррациональные уравнения

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4-x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-5}$ .

Выяснить, на каких промежутках функция убывает.

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{1-x} = 3; \quad 2) \sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}; \quad 3) \sqrt{1-x} = x+1;$$

4. Решить неравенство  $\sqrt{x+8} > x+2$ .

## 3. Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения, неравенства и их системы.

1. Решить уравнение:

$$1) \left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25; \quad 2) 4^x + 2^x - 20 = 0.$$

2. Решить неравенство  $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$ .

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

## 4. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей. Сечения

1. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через ребро  $CC_1$  и точку пересечения диагоналей грани  $AA_1 D_1 A$ .

Найдите периметр построенного сечения, если ребро куба равно 2 см.

2. Прямые  $a$  и  $b$  параллельны, точка  $A$  не лежит на этих прямых. Через точку  $A$  проведите плоскость  $\alpha$ , параллельную каждой из данных прямых.

3. Прямые  $AB$  и  $CD$  — скрещивающиеся. Могут ли прямые  $AC$  и  $BD$  пересекаться? Ответ объясните.

## 5. Перпендикулярность прямой и плоскости

1. Из точки  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  проведён перпендикуляр  $OH$  к плоскости квадрата. Докажите, что  $BD \perp HC$ .

2. Через сторону  $KN$  прямоугольника  $KLMN$  проведена плоскость так, что длина проекции одной из сторон прямоугольника на эту плоскость равна 4 см. Найдите длину проекции диагонали  $KM$  на эту плоскость, если  $KL = 12$  см,  $LM = 3$  см.